



عناصر إجابة أولمبياد الرياضيات، لمستوى الثالثة ثانوي إعدادي  
- فرض المرحلة الثانية - فبراير 2019 -

(تخصص 1ن للعناية بورقة التحرير)

<p>تمارين 1: (4 نقط)</p> <p>(1) بعد النشر والتبسيط، نحصل على <math>(x^2 + 3x + 1)^2 = x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 6x + 1</math>، لكل <math>x</math> عدد حقيقي.</p> <p>(2) لدينا <math>n(n+1)(n+2)(n+3)+1 = (n^2 + 3n + 1)^2</math> مربع كامل لكل <math>n</math> عدد صحيح طبيعي.</p>	<p>2 ن</p> <p>2 ن</p>
<p>تمارين 2: (5 نقط)</p> <p>(1) لدينا <math>p - q = (a - d)(c - b)</math> إذن: <math>p &lt; q</math>.</p> <p>(2) طريقة 1: بمقارنة المربعين، نحصل على: <math>\left(\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{x+y}}{2}\right)^2 = -\frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2}{4}</math></p> <p>طريقة 2: بحساب الفرق واستعمال المرافق، نحصل على: <math>\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{2} - \sqrt{\frac{x+y}{2}} = -\frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2}{2(\sqrt{x} + \sqrt{y} + 2\sqrt{2(x+y)})}</math></p>	<p>2 ن</p> <p>3 ن</p>
<p>تمارين 3: (5 نقط)</p> <p>(1) المستقيم <math>(DE)</math> هو مماس <math>(AB)</math> بالنسبة للنقطة <math>I</math>. ومنه <math>(DE) \parallel (AB)</math>.</p> <p>إذن <math>(DE)</math> و <math>(DC)</math> متوازيان، وبما أنهما يشتركان في <math>D</math> فهما منطبقان ...</p> <p>(2) باستعمال <math>AB = ED</math> (حفاظ التماثل المركزي على المسافة) والمعطى <math>BC = CE</math>، نحصل على: <math>BC = AB + DC</math>.</p> <p><math>CEB</math> مثلث متساوي الساقين في الرأس <math>C</math>، و <math>I</math> منتصف قاعدته <math>[BE]</math>، إذن <math>(CI)</math> هو واسط القطعة <math>[BE]</math>.</p> <p>ومنه: <math>\hat{CIB} = 90^\circ</math></p>	<p>2 ن</p> <p>2 ن</p> <p>1 ن</p>
<p>التمرين 4: (5 نقط)</p> <p>(1) لدينا التساوي (علاقة مترية في المثلث القائم الزاوية <math>ABC</math>). ويمكن البرهنة على ذلك، مثلاً، بحساب مساحة <math>ABC</math> بطريقتين.</p> <p>(2) يكفي مقارنة مربعي الطرفين (طرفان موجبان).</p> <p><math>(AB + AC)^2 = AB^2 + AC^2 + 2AB \times AC</math>  <math>= BC^2 + 2AB \times AC</math>  <math>= BC^2 + 2BC \times AH</math>  <math>\leq BC^2 + 2BC \times AH + AH^2 (= (BC + AH)^2)</math></p> <p>ومنه: <math>AB + AC \leq BC + AH</math></p>	<p>2 ن</p> <p>3 ن</p>